جامعة بنها – كلية العلوم – الفصل الدراسي الثاني للعام 2013/2012
امتحان المستوى الثاني – شعبة علوم الحاسب

المادة / الميكانيكا النيوتونية **الزمن / ساعتان**

السؤال الأول

أ- $OABC$ مربع طول ضلعه $1m$ أثرت قوى مقاديرها $2,6,2 \ ,5,3\sqrt{2}$ نيوتن في الأضلاع OA, AB, BC, CO, OB على الترتيب وفي اتجاه ترتيب الحروف 0 أوجد مقدار المحصلة واتجاه المحصلة وأوجد معادلة خط عملها

ب- كرة ملساء كتلتها $8\,lb$ تتحرك بسرعة $4\ ft/\sec$ اصطدمت تصادماً غير مباشر بكرة ملساء أخرى كتلتها $4\,lb$ تتحرك بسرعة $2\ ft/\sec$ فإذا كانت الكرتان تتحركان في نفس الاتجاه وكانت سرعتهما قبل التصادم تميلان بزاويتي $30^\circ, 60^\circ$ على خط المركزين لحظة التصادم وكان معامل الارتداد $e = 1/2$ فأوجد السرعات بعد التصادم مقداراً واتجاهاً 0

السؤال الثاني

أ- يتحرك جسيم حركة توافقية بسيطة ووجد أن المسافات المقطوعة أثناء جزء من الحركة في نفس الاتجاه مقاسه من مركز الحركة هي x_1, x_2, x_3 عند نهاية ثلاث ثوان متتالية 0 أثبت أن زمن الذبذبة الكاملة هو

$$2\pi / \cos^{-1}\left(\frac{x_1 + x_3}{2x_2}\right)$$

ب- مستويان خشنان من نفس المادة مائلان ميل كل منهما على الأفقي α وارتفاعهما واحد وضعا متلاصقين ثم وضع ثقلان w_1, w_2 مصنوعان من نفس المادة حيث $w_1 \geq w_2$ كلاً على مستوى واتصل الثقلان بخيط يمر على بكرة ملساء أعلى المستويين 0 فإذا علم أن الثقلين كانا على وشك الحركة فأثبت أن

$$\tan\alpha = \mu(w_1 + w_2)/(w_1 - w_2)$$

حيث μ معامل الاحتكاك 0

السؤال الثالث

أ- أوجد مركز ثقل نصف كرة مصمتة نصف قطرها a 0

ب- يتحرك جسيم من سكون في خط مستقيم بعجلة تزايدية بمعدل زمني ثابت من $1\ ft/\sec^2$ إلى $4\ ft/\sec^2$ في ثانية واحدة0 أثبت أن النقطة تتحرك مسافة $1\ ft$ في هذه الثانية 0

جـ- يتحرك جسيم في مستوى بحيث تكون مركبات سرعته في الاتجاهين oy, ox هي على الترتيب $cx + d \ , \ ay + b$ حيث a, b, c, d ثوابت 0 عيني معادلة مسار الجسيم وعجلته إذا علم أن الجسيم يمر بنقطة الأصل o أثناء الحركة 0

السؤال الرابع

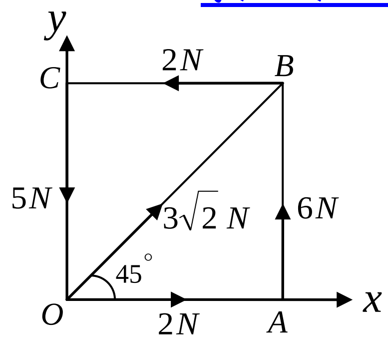
قذف جسيم بسرعة ابتدائية مقدارها u في اتجاه يميل على الأفقي بزاوية مقدارها α أوجد زمن الطيران وزمن الوصول لأقصى ارتفاع وما العلاقة بين الزمنين ثم أوجد المدى وأقصى ارتفاع يصل إلية المقذوف وأوجد قيمة السرعة التي يصطدم بها المقذوف المستوى الأفقي 0

مع أطيب التمنيات بالنجاح

إجابة اختبار مادة الميكانيكا النوتونية للمستوى الثاني كلية العلوم شعبة علوم الحاسب نظام الساعات المعتمدة العام الدراسى 2013/2012 الفصل الدراسى الثاني تاريخ الاختبار 2013/6/4(ورقه امتحانيه) الزمن ساعتان ورقة امتحانية كاملة

أستاذ المادة د/ مجدي مصطفى حسين كلية العلوم قسم الرياضيات – جامعة بنها

إجابة السؤال الاول



أ- باختزال مجموعــة القوى إلى قوة محصلة مركباتها (R_x, R_y) وازدواج عزمه $M_{\circ}$ وذلك عند o

$$R_x = 2 + 3\sqrt{2}\cos 45^{\circ} - 2 = (3\sqrt{2})\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 3\ N$$

$$R_y = 6 + 3\sqrt{2}\sin 45^{\circ} - 5 = 1 + (3\sqrt{2})\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 4\ N$$

$$M_{\circ} = (6)(1) + 2(1) = 8\ Nm$$

إذن المحصلة تكافئ قوة مقدارها $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\ N$ وتصنع زاوية θ مع OA مقدارها

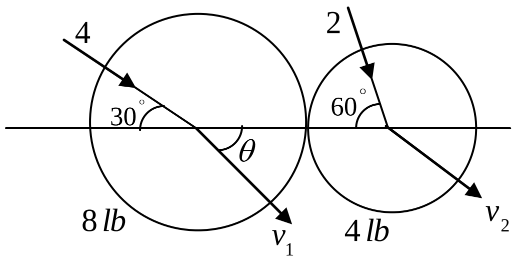
$$\theta = \tan^{-1}\frac{R_y}{R_x} = \tan^{-1}\frac{4}{3} = 53.13^{\circ}$$

ومعادلة خط عمل المحصلة بالنسبة للمحورين OA, OC هي

$$M_{\circ} - xR_y + yR_x = 0 \quad \Rightarrow \quad \therefore 4x - 3y + 8 = 0$$

ب- نفرض أن سرعتي الكرتين بعد التصادم هما v_1, v_2 في اتجاهين يصنعان زاويتان θ, ϕ مع خط المركزين وحيث أن السرعات العمودية على خط التصادم لا تتغير

$$\therefore 4\sin 30^{\circ} = v_1 \sin\theta \qquad , \qquad 2\sin 60^{\circ} = v_2 \sin\phi$$



أي أن

$$v_2 \sin\phi = \sqrt{3} \quad (2) \qquad\qquad v_1 \sin\theta = 2 \quad (1)$$

من قانون نيوتن التجريبي

$$v_1\cos\theta - v_2\cos\phi = -\frac{1}{2}(2\sqrt{3} - 1) \quad (3)$$

ومن قاعدة ثبوت كمية الحركة في اتجاه خط التصادم

$$8v_1\cos\theta + 4v_2\cos\phi = 8\times 2\sqrt{3} + 4\times 1 \quad (4)$$

من $(3),(4)$ نجد أن

$$v_2\cos\phi = 2\sqrt{3} \quad (6) \qquad\qquad v_1\cos\theta = \frac{1}{2}(1 + 2\sqrt{3}) \quad (5)$$

من $(1),(5)$ نجد أن

$$\left.\begin{aligned} v_1^2 &= 4 + \frac{1}{4}(1 + 2\sqrt{3})^2 \\ \tan\theta &= \frac{4}{1 + 2\sqrt{3}} \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

من المعادلتين $(2),(6)$ نجد أن

$$\left.\begin{aligned} v_2^2 &= 15 \\ \tan\phi &= 1/2 \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

إجابة السؤال الثاني

أ-

$$x_1 = a\sin\omega t \quad ، \quad x_2 = a\sin\omega(t+1) \quad ، \quad x_3 = a\sin\omega(t+2)$$

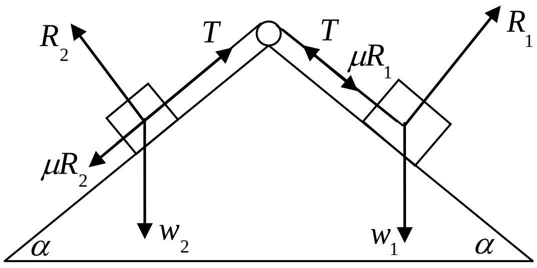
$$\therefore x_1 + x_3 = a[\sin\omega t + \sin\omega(t+2)]$$

نجد أن

$$x_1 + x_3 = 2a\sin\omega(t+1)\cos\omega = 2x_2\cos\omega$$

$$\therefore \omega = \cos^{-1}[(x_1+x_3)/x_2] \quad \Rightarrow \quad \therefore \tau = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi/\cos^{-1}\left(\frac{x_1+x_3}{2x_2}\right)$$

ب-



من اتزان الثقل w_1 نجد أن

$$R_1 = w_1\cos\alpha$$

$$T = w_1\sin\alpha - \mu R_1 = w_1\sin\alpha - \mu w_1\cos\alpha \qquad (1)$$

من اتزان الثقل w_2 نجد أن

$$R_2 = w_2\cos\alpha$$

$$T = \mu R_2 + w_2\sin\alpha = \mu w_2\cos\alpha + w_2\sin\alpha \qquad (2)$$

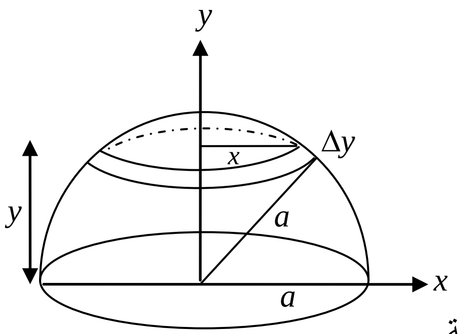
من المعادلتين $(1),(2)$ نجد أن

$$w_1\sin\alpha - \mu w_1\cos\alpha = \mu w_2\cos\alpha + w_2\sin\alpha$$

$$(w_1 - w_2)\tan\alpha = \mu(w_1 + w_2)$$

$$\therefore \tan\alpha = \mu(w_1+w_2)/(w_1-w_2)$$

إجابة السؤال الثالث



أ- نقسم الكرة إلى عناصر على هيئة أقراص تنتج من رسم مستويات متوازية وموازية للقاعدة 0 نعتبر إحداهما وليكن القرص ذو السمك Δy ويبعد عن القاعدة مسافة y من القاعدة ونصف قطره x ووزن القرص0

$$\delta w = \rho\pi\, x^2\Delta y = \rho\pi\,(a^2 - y^2)\Delta y$$

ومركز ثقل هذا العنصر هو $(0,y)$ ولذلك يكون مركز ثقل نصف الكرة المصمتة

$$(\bar{x},\bar{y}) = (0,\bar{y})$$

$$\therefore \bar{y} = \frac{\int_0^a \rho\pi(a^2-y^2)y\,dy}{\int_0^a \rho\pi(a^2-y^2)\,dy} = \frac{3}{8}a$$

أي أن مركز ثقل نصف الكرة المصمتة يقع على محورها ويقسمه بنسبة $3:5$ من جهة القاعدة المستوية 0

ب- حيث أن العجلة تتزايد بمعدل زمني ثابت ، فإن معدل تغير العجلة بالنسبة للزمن يكون ثابتاً أي أن

$$\frac{df}{dt}=c\Rightarrow\int df=c\int dt+c_1\Rightarrow f=ct+c_1 \qquad (1)$$

حيث c,c_1 مقادير ثابتة 0 لإيجاد الثوابت c,c_1 من الشروط الابتدائية نجد أن عندما $t=0$ فإن $f=1$ نحصل على $c_1=1$ وعندما $t=1$ فإن $f=4$ نحصل على $c=3$ 0بالتعويض في المعادلة (1) نحصل على

$$f=3t+1 \qquad (2)$$

من المعادلة (2) نجد أن

$$\frac{dv}{dt}=3t+1\Rightarrow\int dv=\int(3t+1)dt+c_2$$

أي أن

$$v=(3t^2/2)+t+c_2 \qquad (3)$$

من الشروط الابتدائية عندما $t=0,v=0$ نجد أن $c_2=0$ أي أن

$$v=\frac{3}{2}t^2+t \qquad (4)$$

بتكامل المعادلة (4) نجد أن

$$\int dx=\int\left(\frac{3}{2}t^2+t\right)dt+c_3 \quad ، \quad \therefore x=\frac{1}{2}(t^3+t^2)+c_3$$

من الشروط الابتدائية عندما $x=0$ ، $t=0$ نجد أن $c_3=0$

$$\therefore x=\frac{1}{2}(t^3+t^2) \qquad (5)$$

المعادلة (5) تعطي المسافة التي يقطعها الجسيم عند أي لحظة زمنيـــــة t 0 بوضع $t=1$ نحصل على المســـافة التي يقطعها الجسيم في ثانية واحدة 0 أي أن $x=(1+1)/2=1\,ft$

ج

$$\dot{x}=ay+b \qquad , \qquad \dot{y}=cx+d$$

$$\therefore\frac{\dot{y}}{\dot{x}}=\frac{dy}{dx}=\frac{cx+d}{ay+b}$$

بفصل المتغيرات وإجراء التكامل نحصل على

$$\int(ay+b)dy=\int(cx+d)dx \quad\Rightarrow\quad \therefore\frac{ay^2}{2}+by=\frac{cx^2}{2}+dx+c_1$$

عندما $x=0,y=0$ وذلك لأن الجسم يمر بنقطة الأصل نجد أن $c_1=0$

$$\therefore\ \frac{ay^2}{2}+by=\frac{cx^2}{2}+dx$$

مركبات العجلة

$$\ddot{x}=a\dot{y}=a(cx+d) \quad , \quad \ddot{y}=c\dot{x}=c(ay+b)$$

مقدار العجلة

$$f=\sqrt{\ddot{x}^2+\ddot{y}^2}=\sqrt{a^2(cx+d)^2+c^2(ay+b)^2}$$

اتجاه العجلة

$$\tan\beta=\frac{\ddot{y}}{\ddot{x}}=\frac{c(ay+b)}{a(cx+d)}$$

إجابة السؤال الرابع :

(1) $m\ddot{x}=0$ (2) $m\ddot{y}=-mg$

من المعادلة (1) نجد أن

(3) $$\frac{d\dot{x}}{dt}=0 \Rightarrow \dot{x}=const.=u\cos\alpha$$

من المعادلة (2) نجد أن $\frac{d\dot{y}}{dt}=-g$ بفصل المتغيرات وإجراء التكامل نحصل على

(4) $$\therefore \dot{y}=-gt+c$$

عندما $t=0$ كانت $\dot{y}=u\sin\alpha \Leftarrow c=u\sin\alpha$ بالتعويض في المعادلة (4) نحصل على

(5) $$\therefore \dot{y}=u\sin\alpha-gt$$

من المعادلة (3) نجد أن $x=ut\cos\alpha+c_1$ عندما $t=0$ كانت $x=0$ نجد أن $c_1=0$

(6) $$\therefore x=ut\cos\alpha$$

من المعادلة (5) وبعد فصل المتغيرات وإجراء التكامل نجد أن

(7) $$y=ut\sin\alpha-\frac{1}{2}gt^2$$

لإيجاد زمن الطيران نضع $\dot{y}=0,t=T$ في المعادلة (7) نحصل على

(8) $$\therefore T=(2u/g)\sin\alpha$$

بالتعويض من المعادلة (8) في المعادلة (6) نحصل على المدى والذي سوف نرمز له بالرمز R حيث

(9) $$R=u\left(\frac{2u}{g}\sin\alpha\right)\cos\alpha=\frac{u^2}{g}\sin 2\alpha$$

من المعادلة (5) بعد وضع $\dot{y}=0$ نحصل على $t=(u/g)\sin\alpha$ وهو زمن الوصول لاقصى ارتفاع نلاحظ أن زمن الوصول إلى أقصى ارتفاع يساوي نصف زمن الطيران وبالتعويض بزمن الوصول لأقصى ارتفاع في المعادلة (7) نحصل على أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم

$$y_{\max}=u\sin\alpha\left(\frac{u}{g}\sin\alpha\right)-\frac{1}{2}g\left(\frac{u}{g}\sin\alpha\right)=\frac{u^2}{2g}\sin^2\alpha$$

وبالتعويض بزمن الطيران في المعادلتين (3),(5) نحصل على مركبات السرعة وبالتالي نجد أن قيمة السرعة التي يصطدم بها الجسم المستوى تساوي سرعة القذف وتميل على الأفقيي بزاوية $\pi-\alpha$ 0